

# Fonctions : cours sur les généralités, image et antécédent en 3ème

## I. Notion de fonction :

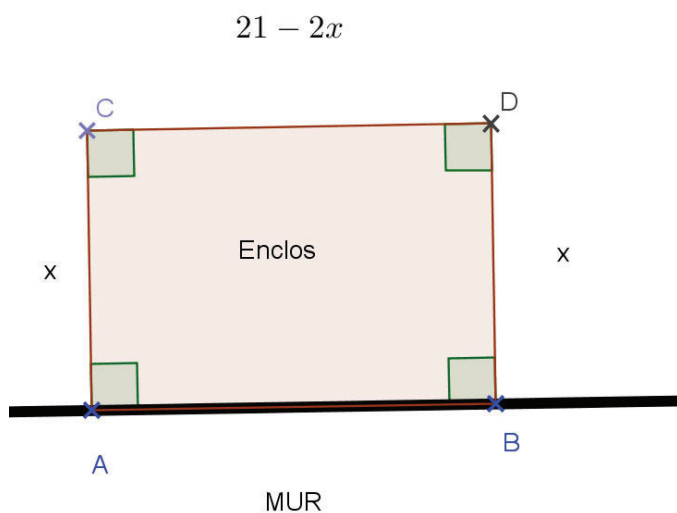
### 1. Activité d'introduction :

Un propriétaire souhaite construire un enclos rectangulaire le long d'un mur pour son chien de garde.

Il dispose d'un grillage ayant une longueur de 21 mètres.

Il souhaite maximiser l'espace pour son chien et veut utiliser l'intégralité du grillage.

La largeur de l'enclos doit être inférieure à 10,5 mètres.



1. Notons  $x$  la largeur de l'enclos.

Quelle est l'expression de la longueur de l'enclos en fonction de  $x$  ?

$$L = 21 - 2x$$

2. Quelle est l'expression développée et réduite de l'aire  $A$  de cet enclos ?

$$A = l \times L = x(21 - 2x) = 21x - 2x^2 = -2x^2 + 21x$$

3. Calculer l'aire de l'enclos pour  $x = 0\text{ m}$ ;  $x = 1\text{ m}$ ;  $x = 3\text{ m}$ ;  $x = 7\text{ m}$ ;  $x = 10,5\text{ m}$ .

Pour  $x = 0$  m :

$$\text{Pour } x = 1 \text{ m : } A=l \times L = -2 \times 1^2 + 21 \times 1 = -2 + 21 = 19 \text{ m}^2.$$

$$\text{Pour } x = 3 \text{ m : } A=l \times L = -2 \times 3^2 + 21 \times 3 = -18 + 63 = 45 \text{ m}^2.$$

$$\text{Pour } x = 7 \text{ m : } A=l \times L = -2 \times 7^2 + 21 \times 7 = -98 + 147 = 49 \text{ m}^2.$$

$$\text{Pour } x = 10,5 \text{ m : } A=l \times L = -2 \times 10,5^2 + 21 \times 10,5 = -220,5 + 220,5 = 0 \text{ m}^2.$$

4. On met en place un processus mathématique, noté  $f$ , que l'on appelle **fonction**.

On décide d'associer à chaque largeur  $x$ , l'unique aire de l'enclos notée  $f(x)$ .

Nous avons mis en place la fonction  $f: x \rightarrow f(x)$  ( $\rightarrow$  se lit associe).

**Quelle est l'expression littérale de  $f$  ?**

Nous avons montré précédemment que  $f(x) = -2x^2 + 21x$ .

**5. Calculer  $f(7)$  qui est l'image de 7 par la fonction  $f$ .**

$$f(7) = -2 \times 7^2 + 21 \times 7 = -98 + 147 = 49 \text{ m}^2$$

**Remarque :**

Nous avons déjà calculer cette valeur, en effet lorsque la largeur est de 7 m, l'aire de l'enclos est de 49 m<sup>2</sup>.

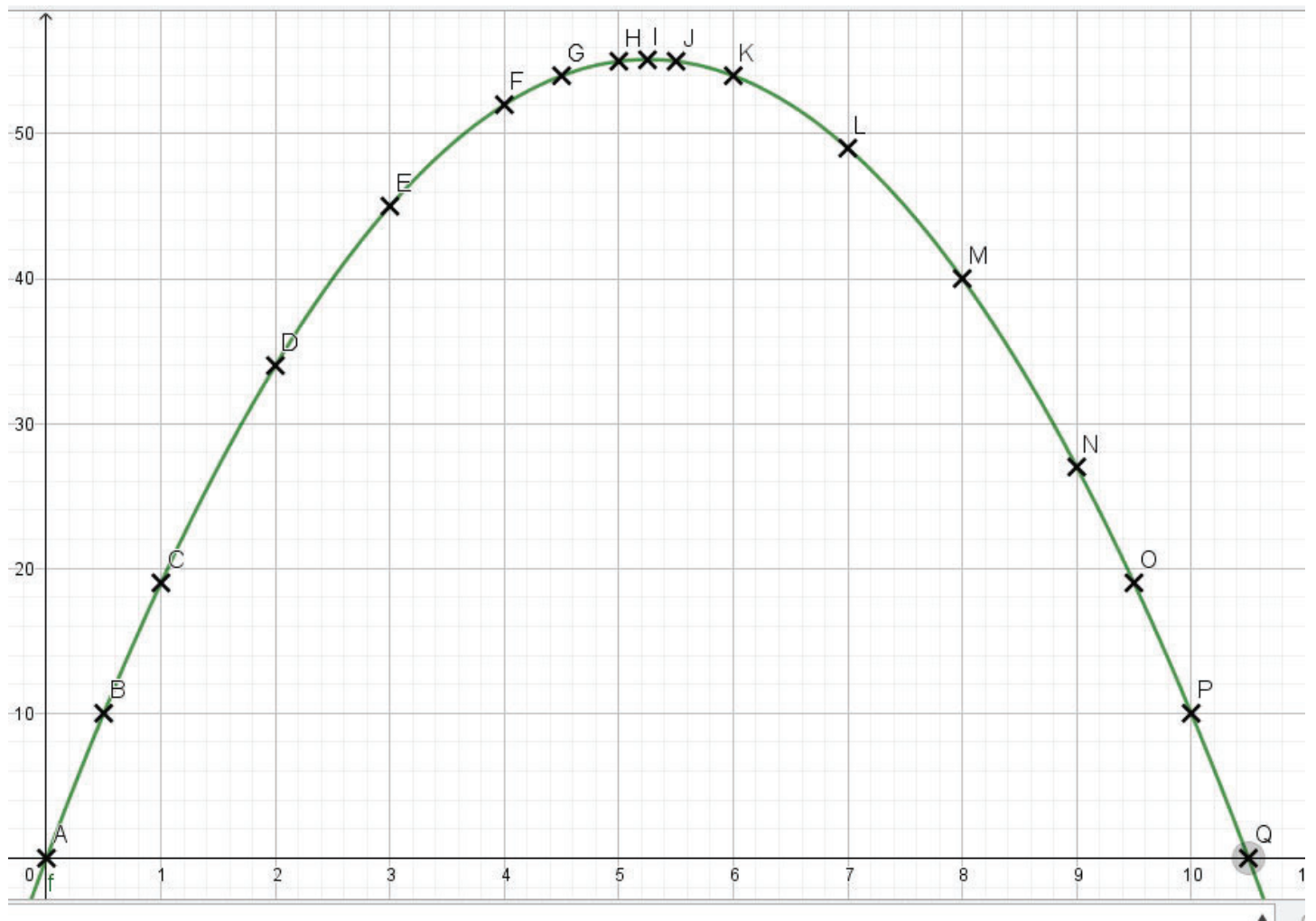
6. A l'aide du tableur de votre calculatrice, compléter le tableur de valeurs suivant :

|      |   |     |    |    |    |    |     |    |      |     |    |    |    |    |     |    |      |
|------|---|-----|----|----|----|----|-----|----|------|-----|----|----|----|----|-----|----|------|
| x    | 0 | 0,5 | 1  | 2  | 3  | 4  | 4,5 | 5  | 5,25 | 5,5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 9,5 | 10 | 10,5 |
| f(x) | 0 | 10  | 19 | 34 | 45 | 52 | 54  | 55 | 55,1 | 55  | 54 | 49 | 40 | 27 | 19  | 10 | 0    |

7. Dans le repère suivant, placer tous les points de A à Q puis, tracer la courbe de cette fonction :

Sur l'axe des abscisses, nous placerons les valeurs de  $x$  et sur l'axe des ordonnées, nous placerons les valeurs de  $f(x)$ .

|        |   |     |    |    |    |    |     |    |      |     |    |    |    |    |     |    |      |
|--------|---|-----|----|----|----|----|-----|----|------|-----|----|----|----|----|-----|----|------|
| x      | 0 | 0,5 | 1  | 2  | 3  | 4  | 4,5 | 5  | 5,25 | 5,5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 9,5 | 10 | 10,5 |
| f(x)   | 0 | 10  | 19 | 34 | 45 | 52 | 54  | 55 | 55,1 | 55  | 54 | 49 | 40 | 27 | 19  | 10 | 0    |
| Points | A | B   | C  | D  | E  | F  | G   | H  | I    | J   | K  | L  | M  | N  | O   | P  | Q    |



8. Retrouver graphiquement pour quelle valeur de  $x$  l'aire de l'enclos est maximale et calculer cette aire.

Réponse :